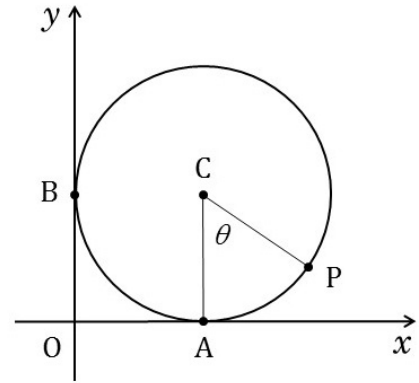


1 図のように、円 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ (a, b, c は定数) は、 x 軸と点 $A(1, 0)$ で接し、 y 軸と点 $B(0, k)$ (k は正の定数) で接する。

点 C を円の中心、円周上の点 P を $\angle ACP = \theta$ ($0 \leq \theta < 2\pi$) を満たす点とすると、以下の問に答えなさい。



問1 定数 k の値を求めなさい。

問2 定数 a, b, c の値を求めなさい。

問3 点 P の座標を θ を用いて表しなさい。

問4 内積 $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{BA}$ を θ を用いて表しなさい。

問5 内積 $\overrightarrow{BP} \cdot \overrightarrow{BA}$ の最大値と最小値、およびそのときの θ の値を求めなさい。

A (4 - 2)

2

座標平面上の曲線 $C: y = |x^2 - 2|$ について、以下の問に答えなさい。

問1 曲線 C と直線 $y = x$ との交点の座標を求めなさい。

問2 曲線 C と直線 $y = \alpha$ (α は定数) が異なる4点で交わるとき、 α の値の取り得る範囲を求めなさい。

問3 曲線 C 上の点 $(1, 1)$ における接線の方程式を求めなさい。

問4 直線 $x = -2$ 、 x 軸、 y 軸および曲線 C が囲む領域の面積を求めなさい。

3 m, n を整数の定数とし、2次関数 $f(x) = x^2 - (2m + 5n)x + 10mn$ を考える。

このとき、以下の問に答えなさい。

問1 $m = 1, n = 1$ のとき、2次不等式 $f(x) < 0$ を解きなさい。

問2 $n = 1$ のとき、2次不等式 $f(x) < 0$ を満たす整数 x の個数が6個である m の値をすべて求めなさい。

問3 m, n についての2元2次方程式 $f(1) = 9$ の整数解 (m, n) をすべて求めなさい。

問4 k を10以下の正の整数とする。

m, n についての2元2次方程式 $f(1) = k$ の整数解 (m, n) が存在しない k の値をすべて求めなさい。

A (4 - 4)

4 A、B、C、D、Eの5種類の景品があり、くじを1回引くと、それぞれ $\frac{1}{5}$ の確率で景品が1個当たるとするとき、以下の間に答えなさい。

- 問1 くじを2回引いたとき、その中にAが含まれる確率を求めなさい。
- 問2 くじを2回引いたとき、2個の景品が異なるものである確率を求めなさい。
- 問3 くじを3回引いたとき、3個の景品にAとBの2種類しかない確率を求めなさい。
- 問4 くじを5回引いたとき、5個の景品にAとBとCの3種類しかない確率を求めなさい。
- 問5 くじを7回引いたとき、A、B、C、D、Eのすべての景品が含まれている確率を求めなさい。